

## Prävention von Rechenschwierigkeiten durch gezielte Förderung im Kindergarten

Konzeptpapier von Dr. Kristin Krajewski zum Vortrag auf der Tagung „Bildung von Anfang an“ in Offenbach am Main, 5.2.2007

Was ist mehr - drei Käfer oder zwei Elefanten? Für den Säugling sind es die zwei Elefanten, weil er nicht die Anzahl, sondern die *Ausdehnung bzw. das Volumen* der beiden Mengen vergleicht. Für Kindergartenkinder sind es gewöhnlich die drei Käfer, weil sie den Begriff „mehr“ schon mit längerem *Zählenmüssen* in Verbindung bringen. Ein fremdsprachiges Kind muss darüber hinaus erfahren, dass die Käfer und Elefanten nicht im „Meer“ schwimmen, weil hier nach Anzahlen („mehr“) gefragt und dabei nicht an Gewässer („Meer“) gedacht wird. Im Laufe der Kindergartenzeit müssen Kinder also zu bedeutsamen Erkenntnissen im Umgang mit Mengen und Zahlen gelangen um gut auf die Mathematik in der Schule vorbereitet zu sein. Besonders für schwächere Kinder ist dabei bedeutend, dass sie in dieser Entwicklung unterstützt werden. Entscheidend ist jedoch auch, *wie* sie hierbei unterstützt und gefördert werden.

Um optimal fördern zu können sollte man sich zunächst bewusst sein, wie die natürliche mathematische Entwicklung im Kindergartenalter verläuft. Denn erst dieses Wissen ermöglicht es, Kinder mit einer verzögerten Entwicklung erstens wahrnehmen und sie zweitens optimal fördern zu können. Daher wird im Folgenden zunächst die Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen beschrieben. Anschließend wird erläutert, wie diese Entwicklungsprozesse optimal und gezielt gefördert werden sollten und welche Förderung hierfür weniger geeignet ist.

### 1. Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen.

Bereits Säuglinge verfügen über eine mathematische „Grundausstattung“, die sie zur Unterscheidung von Mengen befähigt. Hierbei handelt es sich um die Fähigkeit der Kinder, Mengen nach ihrem Umfang bzw. der Fläche zu unterscheiden, die sie einnehmen. Sie können also bereits erkennen, dass ein Elefant „mehr *Raum*“ einnimmt als ein Käfer. Sie können jedoch noch *nicht* unterscheiden,

dass zwei Käfer „mehr *Stück*“ sind als ein Elefant. Ihre Unterscheidung von Mengen bezieht sich also nicht auf (abzählbare) Anzahlen. Mengen werden vielmehr nach Ausdehnung und Volumen unterschieden und noch *nicht* mit Zahlen und Zählen in Verbindung gebracht. Kinder erlernen unabhängig von dieser Fähigkeit bereits ab dem Kleinkindalter das Zählen, bringen es aber noch nicht mit Mengen in Verbindung. Sie zählen beispielsweise die Finger ihrer Hand und stellen - angelangt beim Mittelfinger - fest: „Das IST die Drei!“. Die Zahl „drei“ wird hier aber noch nicht als die Menge aller drei bereits gezählten Finger (Daumen+Zeigefinger+Mittelfinger) begriffen.

Erst im Kindergartenalter werden die beiden - bis dahin voneinander isolierten - **Basisfertigkeiten** (Unterscheidung von Mengenausdehnung vs. Zählfertigkeiten) allmählich miteinander verknüpft: erstmals werden **Zahlen als Anzahlen bewusst**. So verstehen schon manche Dreijährige, dass es Zahlen gibt, die mit einer kleinen Menge („wenig“) in Zusammenhang stehen, und dass andere Zahlen große Mengen („viel“) oder sehr große Mengen („sehr viel“) repräsentieren. Den jeweiligen Mengenkategorien (wenig - viel - sehr viel) werden hierbei zunächst immer *mehrere* Zahlen zugeordnet (z.B. 15 → „viel“ und auch 17 → „viel“). In dieser Entwicklungsphase können Kinder jedoch noch nicht zwischen den Zahlen *innerhalb* dieser Mengenkategorien unterscheiden und nicht sagen, ob beispielsweise 15 oder 17 „mehr“ ist. Dies gelingt ihnen erst später, wenn sie (ausgezählte) Mengen an die *exakte* Zahlenfolge anordnen (15 sind weniger als 16 und beide weniger als 17). Nun ist die Voraussetzung geschaffen, um die letzte Kompetenzebene zu erreichen.

Auf der höchsten Ebene der Mengen-Zahlen-Kompetenz können Kindergartenkinder schließlich verstehen, dass Mengen (z.B. *viele* Käfer) nicht nur in Teilmengen zerlegt werden können (z.B. *einige* Käfer stehen, *einige* Käfer liegen auf dem Rücken), sondern dass diese **Mengenbeziehung** auch mit Zahlen

darstellbar ist (z.B. von den *fünf* Käfern stehen *zwei* und liegen *drei* auf dem Rücken). Darüber hinaus entwickeln sie nun auch ein Verständnis dafür, dass auch die

**Unterschiede zwischen Mengen** (z.B. vier Kinder in der blauen Gruppe vs. fünf Kinder in der roten Gruppe) **mit Zahlen** ausgedrückt werden können (in der roten Gruppe ist *ein Kind mehr*). Die folgende Übersicht fasst diese Entwicklung zusammen.

### Meilensteine in der frühen mathematischen Entwicklung (nach Krajewski, 2007):

#### 1. Entwicklung von Basisfertigkeiten:

*Mengen* können ab dem Säuglingsalter nach Ausdehnung und Volumen unterschieden werden. Davon isoliert erlernen Kinder ab dem Kleinkindalter das *Zählen*. Zählen, Zahlen und Mengen werden noch nicht miteinander in Verbindung gebracht.

#### 2. Zahlen werden mit Mengen verknüpft und als Anzahlen bewusst

(Anzahlkonzept):

2.a) „*ungenau*es Anzahlkonzept“: Kinder im Kindergartenalter verstehen zunächst, dass einige Zahlen für „wenig“, andere Zahlen für „viel“ und wieder andere Zahlen für „sehr viel“ stehen. Eng beieinander liegende Zahlen können dabei noch nicht miteinander verglichen werden, da sie demselben Mengenbegriff zugeordnet werden (z.B. sowohl 15 als auch 17 sind „viel“).

2.b) „*genau*es Anzahlkonzept“: Erst später können Anzahlen in eine *exakte* Reihenfolge gebracht und auch unmittelbar folgende Zahlen miteinander verglichen werden (z.B. 15 sind weniger als 16).

#### 3. Relationen zwischen Mengen werden mit Zahlen verknüpft (Anzahlrelationen):

Ältere Kindergartenkinder entwickeln ein Verständnis dafür, dass von einer zur nächsten Zahl eins dazukommt (*fünf ist eins mehr als vier*) und dass Teil-Ganzes-Beziehungen von Mengen (alle - einige und einige) auch mit Zahlen dargestellt werden können (*fünf kann aufgeteilt werden in zwei und drei*).

## 2. Entwicklungsorientierte Förderung früher mathematischer Kompetenzen

Die Förderung im Kindergarten sollte sich streng an dieser Entwicklung orientieren und dabei gezielt auch immer die nächst höheren Kompetenzstufen im Auge haben. So ist es grundlegend für eine optimale Förderung (und hierin besteht breiter Konsens in verschiedensten theoretischen Ansätzen), dass von Anfang an auf das Verständnis der abstrakten **Zahlenstruktur** gezielt wird. „Abstrakt“ meint hier *nicht*, dass konkretes Material außen vor gelassen werden sollte. Abstrakt meint jedoch, dass Kinder die Zahlen nicht in Verbindung mit irrelevanten Informationen und phantasievollen Märchen kennen lernen sollten.

Phantasievolle Geschichten werden von Kindern sehr emotional erlebt und lösen dabei vielfältige Assoziationen bei den Kindern aus. Diese Assoziationen sind aber eher emotionaler Natur und haben mit Zahlen und Mengen oft gar nichts zu tun. Der Blick auf die Zahlenstruktur, also auf das, was Zahlen in ihrer wahren Bedeutung ausmacht (z.B. von einer zur nächsten Zahl kommt immer eins dazu) wird durch phantasievolle Geschichten völlig verstellt. Zahlen mit irrelevanten Geschichten zu belegen (z.B. die Zwei mit einer Geschichte von zwei Schwänen, die Drei mit einer Geschichte von drei Hügeln, die Fünf mit einer Geschichte von fünf Luftballons) erhöht zudem die Wahrscheinlichkeit, dass Kinder auch später, wenn sie mathematische Zifferngleichungen lösen sollen, nur an die erlernten *Zahlengeschichten* denken. Kinder zeigen dann - so wie dies viele rechenschwache Kinder tun - überhaupt kein Verständnis für das „Zusammenfügen“ von zwei Zahlen (z.B. zwei und drei). Denn die Zusammenfügung der Geschichten für Zwei und Drei ergibt zwei Schwäne, die über drei Hügel fliegen; dies hat aber nichts mit fünf Luftballons (Geschichte der Fünf) zu tun. Die Geschichten von Zwei und Drei ergeben zusammen also *nicht* die Geschichte der Fünf.

Kinder sollten vielmehr von Anfang an durch geeignete Darstellungsmittel mit der Zahlenstruktur (z.B. fünf Dinge lassen sich in zwei Dinge und drei Dinge aufteilen) vertraut gemacht werden. Ihnen muss bewusst werden, dass Dinge unter dem Aspekt der *Anzahl* betrachtet und beispielsweise nicht

nur nach Farbe und Funktion unterschieden werden können. Um den Unterschied zwischen vier und fünf (nämlich „eins“) zu verdeutlichen ist es beispielsweise ungeeignet, Bilder mit vier Sonnen und fünf Wolken heranzuziehen. Denn die hierbei verwendeten „Mengen“ wechseln von gelb nach grau, von warm nach kalt und von trocken nach nass. Wie soll ein Kind nun verstehen, dass es aber ausgerechnet die - abstrakte! - *Anzahl* ist (vier und fünf), auf die es gerade ankommt? Zwei Bilder hingegen, die vier Sonnen versus fünf Sonnen zeigen, unterscheiden sich ganz klar nur durch ihre Anzahl und machen diese Erkenntnis für Kinder sehr einsichtig. Zudem lässt sich hierbei auch hervorragend veranschaulichen, dass von einer zur nächsten Zahl (von vier Sonnen zu fünf Sonnen) eins (eine Sonne) dazukommt. Neben dem Einsatz geeigneter Darstellungsmittel ist in der Förderung besonders auch die Sprache (Begriffe und Formulierungen) wichtig, die die Erzieherinnen bei der Vermittlung der Inhalte einsetzen. So muss die Sprache gezielt eingesetzt werden, um die dargestellten mathematischen Inhalte (vier Sonnen sind *weniger* als fünf Sonnen) deutlich und vor allem den Kindern auch *bewusst* zu machen.

Das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“ (MZZ; Krajewski, Nieding & Schneider, in Vorb.) greift diese Förderprinzipien auf. Es orientiert sich ausdrücklich an den im ersten Abschnitt dargestellten *Entwicklungsstufen* und baut systematisch die frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder auf. So lernen die Kinder zunächst die Zahlen in Verbindung mit dahinter stehenden Anzahlen kennen (Anzahlkonzept). Sie lernen Anzahlen zu vergleichen und schließlich auch Unterschiede zwischen Anzahlen festzustellen und mit Zahlen zu belegen (Anzahlrelationen). Hierfür stellt das Programm geeignete *Darstellungsmittel* zur Verfügung (neben Bildmaterial auch „greifbares“ Material), die optimal geeignet sind um Kindern die *Zahlenstruktur* zu vermitteln (z.B. von einer zur nächsten Zahl kommt eins dazu, größere Zahlen setzen sich aus kleineren Zahlen zusammen). Über einen Zeitraum von zwei Monaten werden dreimal wöchentlich Spiele durchgeführt, die jeweils etwa eine halbe Stunde beanspruchen und die in der Handanweisung wortwörtlich vorgegeben sind. Daneben finden sich zu jedem Spiel *Leitfragen*, die die Erzieherin

stellen sollte. Denn besonderes Augenmerk wird darauf gelegt, dass die Kinder die vermittelten Inhalte auch verbal wiedergeben und sich das Numerische der Situationen *bewusst* machen (z.B. „Die Vier ist kleiner als die Fünf, weil vier weniger sind als fünf“).

Die erste Überprüfung des Programms mit 69 Kindern, welche am Beginn ihres letzten Kindergartenjahres zehn Wochen lang gefördert worden waren, zeigte sowohl kurz- als auch langfristige Effekte auf die frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder (Krajewski, Nieding & Schneider, 2006). So wies eine Gruppe von Kindern, die mit dem Programm „Mengen, zählen, Zahlen“ gefördert worden war, nicht nur unmittelbar nach der Förderung, sondern auch sieben Monate später einen deutlich stärkeren Zuwachs an Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf als eine Kontrollgruppe, die nicht gefördert worden war, sowie als zwei Gruppen, die im gleichen Zeitrahmen ein allgemeines Denktraining oder ein anderes mathematisches Programm erhalten hatten.

#### Literatur:

Krajewski, K. (in Druck). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In: F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie, Reihe Entwicklungspsychologie, Bd. Angewandte Entwicklungspsychologie*. Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2006). *Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“*. Universität Würzburg: Unveröff. Manuskript, Lehrstuhl für Pädagogische und Entwicklungspsychologie.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (in Vorb.). *Mengen, zählen, Zahlen: Die Welt der Mathematik verstehen (MZZ)*. Berlin: Cornelson.

[www.bildung-von-anfang-an.de](http://www.bildung-von-anfang-an.de)